

ÚSTŘEDNÍ KOMISE FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY ČESKÉ REPUBLIKY

Email: ivo.volf@uhk.cz, tel.: 493 331 190, sekretářka 493 331 189

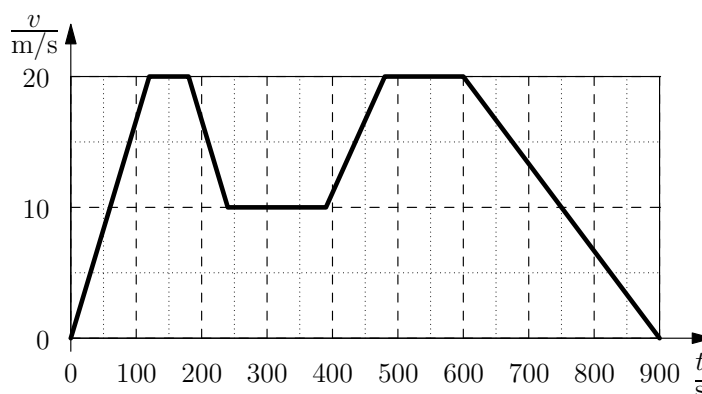
Řešení úloh krajského kola 51. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie E

1. Spěšný vlak na trati komplikované opravami

Nejprve si provedeme přehled zadaných i hledaných informací, nutných pro graf, dráhu v úsecích, kde vlak zrychluje nebo zpomaluje spočítáme pomocí průměrné rychlosti v daném úseku, tj. $s_i = v_{p_i} \cdot t_i$. Pro každý úsek značí v_z rychlost na začátku, v_k rychlost na konci a v_p průměrnou rychlost, tučně jsou v tabulce vytištěny hodnoty, které bylo třeba dopočítat.

| Úsek | $\frac{t}{s}$ | $\frac{v_z}{m/s}$ | $\frac{v_k}{m/s}$ | $\frac{v_p}{m/s}$ | $\frac{s}{m}$ |
|------|---------------|-------------------|-------------------|-------------------|---------------|
| 1 | 120 | 0 | 20 | 10 | 1 200 |
| 2 | 60 | 20 | 20 | 20 | 1 200 |
| 3 | 60 | 20 | 10 | 15 | 900 |
| 4 | 150 | 10 | 10 | 10 | 1 500 |
| 5 | 90 | 10 | 20 | 15 | 1 350 |
| 6 | 120 | 20 | 20 | 20 | 2 400 |
| 7 | 300 | 20 | 0 | 10 | 3 000 |



- Rovnoměrně se vlak pohybuje na 2., 4. a 6. úseku, doby jízdy jsou v tabulce. **2 body**
- Grafem $v = v(t)$ je lomená čára sestavená z úseček. **3 body**
- Doba jízdy byla $900\text{ s} = 15\text{ min}$, do stanice Následující přijel vlak v 8:15. Celková dráha je 11 550 m. **3 body**
- Průměrná rychlost $v_p = 11\,550/900 = 12,8\text{ m/s} = 46,2\text{ km}$. **2 body**

2. Pohyb automobilu Označme veličiny: rychlost $v = 108\text{ km/h} = 30\text{ m/s}$, dráha $s = 45\text{ km} = 45\,000\text{ m}$, účinnost motoru $\eta = 20\% = 0,2$.

- Odporová síla $F = k \cdot v^2 = 450\text{ N}$. **1 bod**
- Vykonaná práce $W = F \cdot s = 20,25\text{ MJ}$. **1 bod**
- Okamžitý mechanický výkon $P = F \cdot v = k \cdot v^3 = 13\,500\text{ W} = 13,5\text{ kW}$ **1 bod**
- Z benzínu musíme získat $W/\eta = 20,25/0,2 = 5 \cdot 20,25 = 101,25\text{ MJ}$ tepla. Na to musíme spálit $101,25/32 = 3,16\text{ l}$ benzínu na dráze 45 km, to odpovídá spotřebě $100/45 \cdot 3,16 \approx 7,03\text{ l}$ na 100 km. **2 body**
- Zvýšení rychlosti z $v = 30\text{ m/s}$ na $v_1 = 126\text{ km/h} = 35\text{ m/s}$ ovlivní odporovou sílu $F = k \cdot v_1^2 = 612,5\text{ N}$, vykonanou práci $W_1 = F_1 \cdot s = 27,56\text{ MJ}$, mechanický výkon (větší síla i rychlost) $P_1 = F_1 \cdot v_1 = k \cdot v_1^3 = 21,4\text{ kW}$, spotřeba 4,3 l na 45 km, tj. 9,6 l na 100 km. **3 body**
- Tvarový součinitel ovlivňuje všechny uvedené veličiny, 0,40 je 80 % z původní hodnoty, hodnoty se sníží o 20 %. Pro nižší rychlost 30 m/s vychází postupně síla 360 N, práce 16,2 MJ, výkon 10,8 kW; potřebné teplo 81 MJ, spotřeba 2,53 l na 45 km neboli 5,63 l na 100 km. Podobně pro rychlost 35 m/s vychází postupně síla 490 N, práce 22,05 MJ, výkon 17,12 kW; potřebné teplo 110,24 MJ, spotřeba 3,45 l na 45 km neboli 7,66 l na 100 km. **2 body**

3. Bazén pro rehabilitaci

- Objem bazénu $V = a \cdot b \cdot c = 36\text{ m}^3$ hmotnost vody při hustotě $\rho = 1\,000\text{ kg/m}^3$ bude $m = \rho \cdot V = 36\,000\text{ kg} = 36\text{ t}$. **1 bod**

- b) Označme m_1 a m_2 hmotnosti, $t_1 = 80^\circ\text{C}$; $t_2 = 15^\circ\text{C}$ potřebnou hmotnost po řadě teplé a studené vody napuštěné do bazénu; $t = 30^\circ\text{C}$. Platí

$$m_1 + m_2 = 36 \text{ t}, \quad m_1 c (t_1 - t) = m_2 c (t - t_2),$$

kde $c = 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot ^\circ\text{C})$ je měrná tepelná kapacita vody, která se v kalorimetrické rovnici pokrátí. Pro poměr hmotností po dosazení dostaneme $50m_1 = 15m_2$, celková hmotnost se bude dělit v poměru $50 : 15 = 10 : 3$; musí se napustit asi $m_1 = 8,3 \text{ t}$ teplé a $m_2 = 27,7 \text{ t}$ studené vody, což odpovídá přítoku teplé vody asi $8300/120 \approx 69,21/\text{min}$ a studené vody asi $27700/120 \approx 2311/\text{min}$.

2 body

- c) Při poklesu teploty unikne za dobu $\tau = 2 \text{ h} = 7200 \text{ s}$ do okolí teplo $Q = m \cdot c \cdot \Delta t = 36000 \cdot 4200 \cdot 2,5 = 378 \text{ MJ}$. Přihřívací zařízení (průtokový boiler) musí zajistit stálou teplotu a musí mít tepelný výkon, který má tyto ztráty tepla kompenzovat, tj. minimálně $P = Q/\tau = 52,5 \text{ kW}$.

4 body

- d) Objem z bodu a) se nemění, z kalorimetrické rovnice vychází

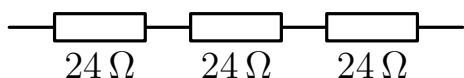
$$m'_1 c (t_1 - t') = m'_2 c (t' - t_2),$$

odkud pro $t' = 27^\circ\text{C}$ plyne $53m'_1 = 12m'_2$, zároveň stále platí $m'_1 + m'_2 = 36 \text{ t}$; vychází hmotnosti $m_1 = 6,646 \text{ t}$ teplé vody a $m_2 = 29,354 \text{ t}$ studené vody; přítoky $551/\text{min}$ teplé a $2451/\text{min}$ studené vody. Tepelné ztráty budou nyní $Q' = m \cdot c \cdot \Delta t' = 36000 \cdot 4200 \cdot 1 = 151,2 \text{ MJ}$ za dobu $\tau' = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$, přihřívací zařízení musí mít tepelný výkon $Q'/\tau' = 42 \text{ kW}$.

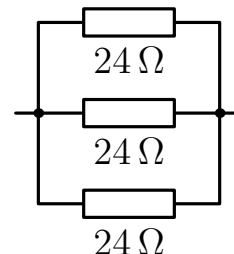
3 body

4. Pokusy v laboratoři

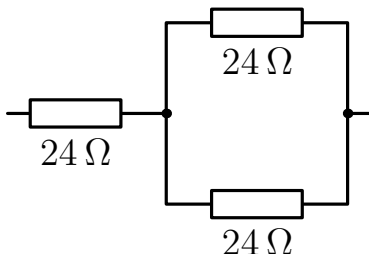
- a) Nejprve nakreslíme schémata: tři rezistory o stejném odporu v sérii, tři rezistory zapojené paralelně, dvě možná zapojení sérioparalelní. **3 body**
- b) Stanovili výsledný odpor každé soustavy i proud, procházející nevětvenou částí obvodu: 72Ω , $0,083 \text{ A}$, 8Ω , $0,75 \text{ A}$, 36Ω , $0,167 \text{ A}$, 16Ω , $0,375 \text{ A}$.



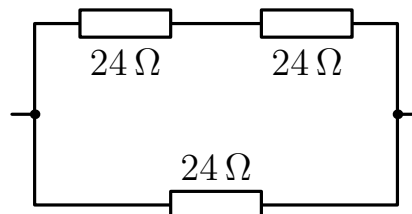
$$R = 72 \Omega; I = 83,3 \text{ mA}; U_1 = U_2 = U_3 = 2 \text{ V};$$



$$R = 8 \Omega; I = 0,75 \text{ A}; I_1 = I_2 = I_3 = 0,25 \text{ A} \\ U_1 = U_2 = U_3 = 6 \text{ V};$$



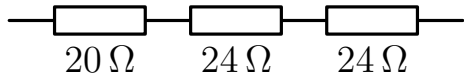
$$R = 36 \Omega; I = I_1 = 0,167 \text{ A}; U_1 = 4 \text{ V} \\ U_2 = U_3 = 2 \text{ V}; I_2 = I_3 = 0,083 \text{ A}$$



$$R = 16 \Omega; I = 0,375 \text{ A}; U_1 = U_2 = 3 \text{ V}; \\ U_3 = 6 \text{ V}; I_1 = I_2 = 0,125 \text{ A}; I_3 = 0,25 \text{ A}.$$

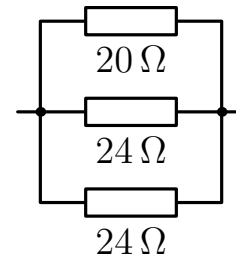
3 body

- c) Jestliže je jeden rezistor o odporu 20Ω a dva 24Ω , pak v zapojení sériovém a paralelním je jedno, který z rezistorů ve schématu vyměníme. Získáme hodnoty 68Ω , $7,5 \Omega$, tomu odpovídají hodnoty proudu $0,088 \text{ A}$, $0,80 \text{ A}$. Při výzkumu v obou sérioparalelních obvodech může rezistor o odporu 20Ω zaujmout dvě různé polohy; celkem je tedy šest možností k zapojení rezistoru s menší hodnotou odporu.



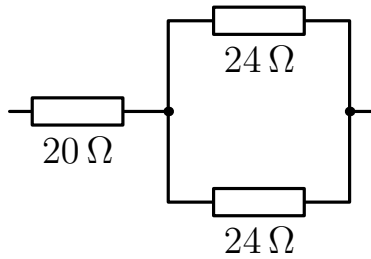
$$R = 68 \Omega; I = 0,088 \text{ A}; U_1 = 1,76 \text{ V};$$

$$U_2 = U_3 = 2,12 \text{ V};$$



$$R = 7,5 \Omega; U = 6 \text{ V}; I = 0,8 \text{ A}; I_1 = 0,3 \text{ A};$$

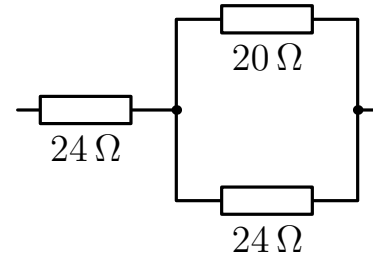
$$I_2 = I_3 = 0,25 \text{ A};$$



$$R = 32 \Omega; I = I_1 = 0,1875 \text{ A};$$

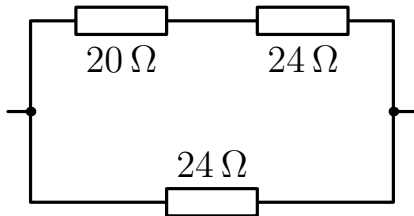
$$I_2 = I_3 = 0,09375 \text{ A}; U_1 = 3,75 \text{ V};$$

$$U_2 = U_3 = 2,25 \text{ V};$$



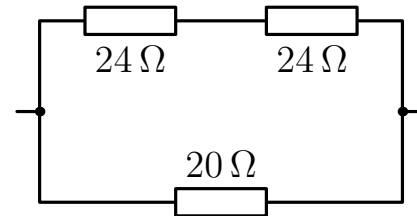
$$R = 34,9 \Omega; I = I_1 = 0,17 \text{ A}; I_2 = 0,094 \text{ A};$$

$$I_3 = 0,078 \text{ A}; U_1 = 4,12 \text{ V}; U_2 = U_3 = 1,88 \text{ V};$$



$$R = 15,5 \Omega; I = 0,386 \text{ A}; I_1 = I_2 = 0,136 \text{ A};$$

$$I_3 = 0,25 \text{ A}$$



$$R = 14,1 \Omega; U_1 = U_2 = 3 \text{ V}; U_3 = 6 \text{ V};$$

$$I = 0,425 \text{ A}; I_1 = I_2 = 0,125 \text{ A}; I_3 = 0,3 \text{ A}.$$

4 body