

# ÚSTŘEDNÍ KOMISE FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY ČESKÉ REPUBLIKY

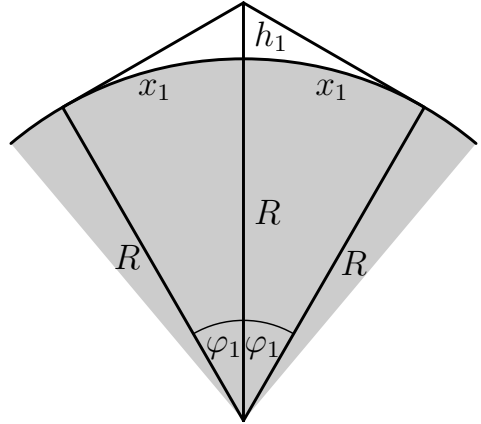
Email: ivo.volf@uhk.cz, tel.: 493 331 190, sekretářka 493 331 189

## Řešení úloh krajského kola 52. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie E

### 1. Pohyb londýnského kola

- a) Označíme příslušné veličiny – výška londýnského kola  $h_1 = 135$  m, poloměr  $r_1 = 67,5$  m a doba jedné otočky  $t_1 = 32$  min = 1920 s. Pro obvod kola  $o_1$  a rychlost kabiny na obvodu  $v_1$  pak platí  $o_1 = 2\pi r_1 = 424,12$  m,  $v_1 = o_1/t_1 = 2\pi r_1/t_1 = 0,22$  m/s = 22 cm/s, což při nástupu za jízdy je ještě bezpečné. **2 body**



Obr. 1: K výpočtu vzdálenosti

- b) Okolí londýnského kola podle zadání nemůžeme považovat za rovinné, ale předpokládáme, že místa na povrchu Země jsou umístěna na ideální kulové ploše o poloměru 6 370 km (viz obr. 1). Předpokládáme, že výška atrakce je rovna výšce kabinky nad povrchem Země v horní poloze  $h_1$ . Udáváme-li úhel  $\varphi_1$  v radiánech, lze psát  $x_1 = R\varphi_1$ ,  $\cos \varphi_1 = R/(R + h_1) \approx 0,99998$ ,  $\varphi_1 \approx 0,00651$  rad  $\approx 0,373^\circ$ . Odtud  $x_1 \approx 41,5$  km; jde však pouze o teoretickou hodnotu, ve skutečnosti je díky atmosférickým vlivům vidět na kratší vzdálenost. **4 body**

- c) Pro singapurské kolo podle zadání máme  $h_2 = 165$  m,  $r_2 = 82,5$  m  $t_2 = 35$  min = 2100 s. Dosazením do odvozených vztahů postupně dostáváme: obvod  $o_2 = 2\pi r_2 = 518,36$  m,  $v_2 = 2\pi r_2/t_2 = 0,24$  m/s = 24 cm/s. Pro vzdálenost  $x_2$  pak platí  $x_2 = R\varphi_2$ ,  $\cos \varphi_2 = R/(R + h_2) \approx 0,99997$ ,  $\varphi_2 \approx 0,00720$  rad  $\approx 0,412^\circ$ ,  $x_2 \approx 45,8$  km. **4 body**

Pozn.: Výpočet vzdálenosti, do které lze dohlédnout z vrcholu atrakce

lze provést i bez použití funkce kosinus pomocí Pythagorovy věty, neboť délka oblouku kružnice se v rámci našeho odhadu pro  $h_{1,2} \ll R$  příliš neliší od kratší odvěsny pravouhlého trojúhelníka, lze proto psát

$$x_{1,2}^2 \approx (R + h_{1,2})^2 - R^2 = h_{1,2}(2R + h_{1,2}) \approx 2Rh_{1,2}.$$

Odtud  $x_1 \approx \sqrt{2Rh_1} = 41,5$  km a  $x_2 \approx \sqrt{2Rh_2} = 45,8$  km.

## 2. Měděný drát

Označme hmotnost drátu  $m = 3$  kg, jeho celkový odpor  $R = 30 \Omega$ , hustotu mědi  $\rho_m = 8900$  kg/m<sup>3</sup> a odpor drátu o průřezu  $S_1 = 1$  mm<sup>2</sup> a délce  $l_1 = 1$  m jako  $R_1 = 0,017 \Omega$ .

- a) Pro odpor drátu platí  $R = R_1 \cdot l/S$ , kde průřez  $S$  je v mm<sup>2</sup>, v případě, že  $S$  je v m<sup>2</sup> bude odpor  $R = R_1 l/S \cdot 10^{-6}$ . Pro objem  $V$  platí  $V = m/\rho_m = S \cdot l$ . Platí proto

$$S \cdot l = \frac{m}{\rho_m}; \quad \frac{l}{S} = \frac{R}{R_1} \cdot 10^6.$$

Odtud

$$l = \sqrt{\frac{m}{\rho_m} \frac{R}{R_1}} \cdot 10^6 = 771,3 \text{ m},$$

$$S = \sqrt{\frac{m}{\rho_m} \frac{R_1}{R}} \cdot 10^{-6} = 4,37 \cdot 10^{-7} \text{ m}^2 = 0,437 \text{ mm}^2.$$

Pro průměr drátu  $d$  pak ze vztahu  $S = \pi d^2/4$  vychází  $d = \sqrt{4S/\pi} = 0,000746$  m  $\approx 0,75$  mm. **4 body**

- b) Při použití vytahovací metody bude délka drátu dvakrát větší, obsah průřezu drátu bude dvakrát menší, tj.

$$R' = R_1 \cdot \frac{l'}{S'} = R_1 \cdot \frac{2l}{\frac{S}{2}} = R_1 \cdot \frac{4l}{S} = 4R = 120 \Omega.$$

**3 body**

- c) Průměr drátu má být dvakrát větší, obsah průřezu je proto čtyřikrát větší, objem zůstává stejný, délka je proto čtyřikrát menší a odpor

$$R'' = R_1 \cdot \frac{l''}{S''} = R_1 \cdot \frac{\frac{l}{4}}{4S} = R/16 \approx 1,88 \Omega.$$

Pokud naopak bude průměr drátu dvakrát menší, bude obsah průřezu je čtyřikrát menší, objem zůstává stejný, délka proto bude čtyřikrát větší a odpor

$$R''' = R_1 \cdot \frac{l'''}{S'''} = R_1 \cdot \frac{4l}{\frac{S}{4}} = 16R \approx 480 \Omega.$$

**3 body**

### 3. Japonská jaderná elektrárna

Označme celkový výkon elektrárny  $P = 4,6 \text{ GW}$ .

- a) Normální (nepřestupný) rok má 365 dní, tj.  $365 \cdot 24 = 8760 \text{ h}$ . Z toho připadá 25 %, tj. 2190 h na údržbu, a 75 % neboli  $t = 6570 \text{ h} = 23,652 \cdot 10^6 \text{ s}$  na provoz. Celková dodaná energie (elektrická práce) potom vychází  $W = P \cdot t = 1,0881 \cdot 10^{17} \text{ J} \approx 30,2 \text{ TWh}$ . **4 body**
- b) Neuvažujeme-li dobu údržby, bude celková doba  $t' = 365 \text{ dní} = 8760 \text{ h} = 3,153 \cdot 10^7 \text{ s}$ . Výkon elektrárny má být stejný, tj.  $P = 4,6 \text{ GW}$ , dodaná elektrická práce za jeden rok  $W' = P \cdot t' = 1,45 \cdot 10^{17} \text{ J}$ . Při výhřevnosti paliva  $H_1 = 12 \text{ MJ/kg}$  a účinnosti  $\eta_1 = 36 \%$  je potřeba

$$m = \frac{W'}{\eta_1 \cdot H_1} \approx 3,358 \cdot 10^{10} \text{ kg}.$$

**3 body**

- c) Podobně jako v předcházejícím případě má být dodaná elektrická práce  $W' = P \cdot t' = 1,45 \cdot 10^{17} \text{ J}$ . Při výhřevnosti paliva  $H_2 = 42 \text{ MJ/kg}$  a účinnosti  $\eta_1 = 90 \%$  je potřeba

$$m = \frac{W'}{\eta_2 \cdot H_2} \approx 3,838 \cdot 10^9 \text{ kg}.$$

**3 body**

## 4. Překládání

Označme pro papír o gramáži (plošné hustotě)  $\sigma = 125 \text{ g/m}^2 = 0,125 \text{ kg/m}^2$  délku role  $l = 166 \text{ m}$  a šířku  $d = 120 \text{ cm} = 1,2 \text{ m}$ .

- a) Celková plocha papíru v roli je  $S = d \cdot l = 199,2 \text{ m}^2$ , celková hmotnost pak bude  $m = \sigma \cdot S = 24,9 \text{ kg}$ . Je-li tloušťka listu papíru  $h = 0,155 \text{ mm} = 0,000155 \text{ m}$ , bude celkový objem  $V = S \cdot h = 0,030876 \text{ m}^3$ . Pro hustotu pak platí  $\rho = m/V \approx 806 \text{ kg/m}^3$ .

**4 body**

- b) Po každém přeložení bude obsah poloviční, proto po prvním přeložení a rozříznutí bude obsah získaných dvou kusů papíru  $S_1 = 99,6 \text{ m}^2$ , po druhém  $S_2 = 49,8 \text{ m}^2$ , po třetím  $S_3 = 24,9 \text{ m}^2$ , po čtvrtém  $S_4 = 12,45 \text{ m}^2$ , po pátém  $S_5 = 6,225 \text{ m}^2$ , po šestém  $S_6 = 3,1125 \text{ m}^2$ , po sedmém  $S_7 = 1,55625 \text{ m}^2$ , po osmém  $S_8 = 0,778125 \text{ m}^2$ . Podmínku zadání proto splňuje nejlépe 8 přeložení a rozříznutí papíru. Při každém rozříznutí získáme 2 kusy, po osmi  $2^8$  kusů, takže výsledná výška naskládaných kusů papíru bude  $h' = h \cdot 2^8 = 0,000155 \cdot 2^8 = 39,68 \text{ mm}$ .

**3 body**

- c) Podle úlohy 2 pro odpor drátu platí

$$R = R' \frac{l}{S},$$

kde  $l$  je délka drátu,  $S$  je jeho průřez a  $R'$  je odpor drátu o délce  $1 \text{ m}$  a průřezu  $1 \text{ mm}$ . Po přepůlení drátu, kdy se objem zachovává, bude  $l_1 = l/2$ ,  $S_1 = 2S$ , takže výsledný odpor

$$R_1 = R' \frac{l_1}{S_1} = R' \frac{\frac{l}{2}}{2S} = \frac{R}{4}.$$

Podobně vychází  $R_2 = R_1/4 = R/4^2 = R/16$ ,  $R_3 = R_2/4 = R/4^3 = R/64$ ,  $R_4 = R_3/4 = R/4^4 = R/256$ ,  $R_5 = R_4/4 = R/4^5 = R/1024$ .

**3 body**