ÚSTŘEDNÍ KOMISE FYZIKÁLNÍ OLYMPIÁDY
ČESKÉ REPUBLIKY
E-mail: `ivo.volf@uhk.cz`, tel.: 493 331 190, sekretářka 493 331 189

Řešení úloh krajského kola 53. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie E

1. Předjíždění vozidel

Označme rychlost autobusu $v_\mathrm{a} = 54\,\mathrm{km/h} = 15\,\mathrm{m/s}$, rychlost kolony $v_\mathrm{k} = 45\,\mathrm{km/h} = 12{,}5\,\mathrm{m/s}$.

a) Relativní rychlost autobusu oproti koloně je $\Delta v = v_\mathrm{a} - v_\mathrm{k} = 15\,\mathrm{m/s} - 12{,}5\,\mathrm{m/s} = 2{,}5\,\mathrm{m/s}$. Touto rychlostí musí přední část autobusu ujet vzdálenost $d = 25\,\mathrm{m} + 50\,\mathrm{m} + 15\,\mathrm{m} + 18\,\mathrm{m} = 108\,\mathrm{m}$. Doba předjíždění je $t = d/\Delta v = 108\,\mathrm{m}/2{,}5\,\mathrm{m/s} = 43{,}2\,\mathrm{s}$. Autobus za tuto dobu urazí vzdálenost $s_1 = v_\mathrm{a} \cdot t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 43{,}2\,\mathrm{s} = 648\,\mathrm{m}$, kolona urazí vzdálenost $s_2 = v_\mathrm{k} \cdot t = 12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 43{,}2\,\mathrm{s} = 540\,\mathrm{m}$. **4 body**

b) Rychlost autobusu v tomto případě bude $v_\mathrm{a1} = 90\,\mathrm{km/h} = 25\,\mathrm{m/s}$. Podobně jako v předchozí části pak dopočítáme $\Delta v' = v_\mathrm{a1} - v_\mathrm{k} = 25\,\mathrm{m/s} - 12{,}5\,\mathrm{m/s} = 12{,}5\,\mathrm{m/s}$. Doba předjíždění je $t = d/\Delta v' = 108\,\mathrm{m}/12{,}5\,\mathrm{m/s} = 8{,}6\,\mathrm{s}$. Autobus za tuto dobu urazí vzdálenost $s_1 = v_\mathrm{a1} \cdot t = 25\,\mathrm{m/s} \cdot 8{,}6\,\mathrm{s} = 216\,\mathrm{m}$, kolona urazí vzdálenost $s_2 = v_\mathrm{k} \cdot t = 12{,}5\,\mathrm{m/s} \cdot 8{,}6\,\mathrm{s} = 108\,\mathrm{m}$. **3 body**

c) V 1. případě autobus při předjíždění urazí vzdálenost 648 m, ve 2. případě 216 m. Protijedoucí motocykl musí být minimálně ve dvojnásobné vzdálenosti od autobusu, než je dráha, kterou autobus urazí. Od začátku kolony musí být minimálně ve vzdálenosti zmenšené o délku kolony a vzdálenost autobusu za kolonou při začátku předjíždění; v 1. případě $l_1 = 2 \cdot 648\,\mathrm{m} - 50\,\mathrm{m} - 25\,\mathrm{m} = 1221\,\mathrm{m}$, ve 2. případě $l_2 = 2 \cdot 216\,\mathrm{m} - 50\,\mathrm{m} - 25\,\mathrm{m} = 357\,\mathrm{m}$. **3 body**

2. Zahřívání látek

Hmotnost objemu 0,5 l vody je $m_\mathrm{v} = 0{,}5\,\mathrm{kg}$.

a) K ohřátí vody je třeba teplo $Q_\mathrm{v} = m_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{v} \cdot \Delta t = 0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot (100\,°\mathrm{C} - 20\,°\mathrm{C}) = 168\,\mathrm{kJ}$, k ohřátí jedné matice $Q_\mathrm{m} = m_\mathrm{m} \cdot c_\mathrm{m} \cdot \Delta t = 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot (100\,°\mathrm{C} - 20\,°\mathrm{C}) = 552\,\mathrm{J}$. **3 body**

b) Podle kalorimetrické rovnice po vhození jedné matice platí

$$m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} \left(t_{100} - t\right) = m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} \left(t - t_{20}\right),$$

$$t = \frac{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} t_{100} + m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} t_{20}}{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} + m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}} =$$

$$= \frac{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 100\,°\mathrm{C} + 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 20\,°\mathrm{C}}{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} + 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)}} = 99{,}7\,°\mathrm{C}.$$

Podobně po vhození padesáti matic klesne teplota vody na

$$m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} \left(t_{100} - t\right) = 50 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} \left(t - t_{20}\right), \quad \Longrightarrow \quad t = \frac{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} t_{100} + 50 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} t_{20}}{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} + 50 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}} =$$

$$= \frac{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 100\,°\mathrm{C} + 50 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 20\,°\mathrm{C}}{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} + 50 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)}} = 88{,}7\,°\mathrm{C}.$$

2 body

c) K opětovnému ohřátí vody s padesáti maticemi na teplotu $t_{100} = 100\,°\mathrm{C}$ je třeba teplo

$$Q = [m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} + 50 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}]\,(t_{100} - t) =$$
$$= (0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} + 50 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)})\,(100\,°\mathrm{C} - 88{,}7\,°\mathrm{C}) =$$
$$= 27{,}6\,\mathrm{kJ}.$$

3 body

d) Podobně jako v části b) použijeme kalorimetrickou rovnici. Po vhození jedné matice bude výsledná teplota

$$m_\mathrm{v} c_\mathrm{v}\,(t - t_{20}) = m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}\,(t_{100} - t)\,,$$
$$t = \frac{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} t_{20} + m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} t_{100}}{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} + m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}} =$$
$$= \frac{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 20\,°\mathrm{C} + 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 100\,°\mathrm{C}}{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} + 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)}} = 20{,}3\,°\mathrm{C}.$$

Podobně po vhození deseti matic

$$t = \frac{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} t_{20} + 10 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} t_{100}}{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} + 10 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}} =$$
$$= \frac{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 20\,°\mathrm{C} + 10 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 100\,°\mathrm{C}}{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} + 10 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)}} = 22{,}5\,°\mathrm{C};$$

po vhození padesáti matic

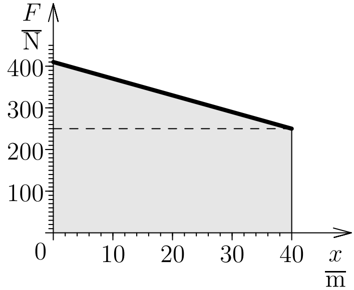
$$t = \frac{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} t_{20} + 50 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m} t_{100}}{m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} + 50 m_\mathrm{m} c_\mathrm{m}} =$$
$$= \frac{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 20\,°\mathrm{C} + 50 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} \cdot 100\,°\mathrm{C}}{0{,}5\,\mathrm{kg} \cdot 4200\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)} + 50 \cdot 0{,}015\,\mathrm{kg} \cdot 460\,\mathrm{J/(kg{\cdot}°C)}} = 31{,}3\,°\mathrm{C}.$$

2 body

3. Zvedání nákladu na svislém laně

a) Hmotnost celého lana je $m_\mathrm{l} = 40\,\mathrm{m} \cdot 0{,}4\,\mathrm{kg/m} = 16\,\mathrm{kg}$, hmotnost nákladu $m = 25\,\mathrm{kg}$. Bez pomoci rumpálu by musel dělník zvedat lano ze začátku silou $F_1 = (m + m_\mathrm{l}) \cdot g = (25\,\mathrm{kg} + 16\,\mathrm{kg}) \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 410\,\mathrm{N}$ a na konci silou $F_2 = mg = 25\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 250\,\mathrm{N}$. Graf $F = F(x)$ je na obr. 1.

2 body



Graf závislosti síly na výšce nad zemí

b) Práce je rovna obsahu plochy pod grafem $F = F(x)$ nebo můžeme měnící se sílu nahradit průměrnou silou

$$W = \frac{F_1 + F_2}{2} h = \frac{410\,\mathrm{N} + 250\,\mathrm{N}}{2} \cdot 40\,\mathrm{m} = 13{,}2\,\mathrm{kJ}.$$

Při použití rumpálu působí dělník sice 4× menší silou, ale po 4× větší dráze.

2 body

c) Těžiště nákladu je na počátku na zemi, musí se proto zvednout o výšku $h = 40\,\mathrm{m}$, lano má na počátku těžiště ve výšce $h/2$ nad zemí, zvedne se proto pouze o výšku $h/2$. Změna potenciální energie lana a krytiny pak vychází

$$\Delta E_\mathrm{p} = mgh + m_\mathrm{l} g \frac{h}{2} = (25\,\mathrm{kg} \cdot 40\,\mathrm{m} + 16\,\mathrm{kg} \cdot 20\,\mathrm{m}) \cdot 10\,\mathrm{m/s^2} = 13{,}2\,\mathrm{kJ}.$$

2 body

d) Jestliže použije rumpál, je poloměr válce $r_1 = 30\,\mathrm{cm}/2 = 15\,\mathrm{cm}$, poloměr kliky $r_2 = 60\,\mathrm{cm}$. Musí proto na začátku zvedat lano silou $F_1' = F_1 r_1/r_2 = F_1/4 = 102{,}5\,\mathrm{N}$. Během prvního otočení se náklad zvedne o $h_1 = \pi d = \pi \cdot 0{,}3\,\mathrm{m} = 0{,}94\,\mathrm{m}$. Na konci bude mít lano délku $h - h_1 = 40\,\mathrm{m} - 0{,}94\,\mathrm{m} = 39{,}06\,\mathrm{m}$ a hmotnost $m_1' = 0{,}4\,\mathrm{kg/m} \cdot 39{,}06\,\mathrm{m} = 15{,}6\,\mathrm{kg}$. Dělník musí působit silou $F_2' = (m + m_1')\, g r_1/r_2 = 101{,}5\,\mathrm{N}$. Průměrná síla napínající lano s nákladem $F_{2\mathrm{p}}$ bude 4× větší, tj. $F_{2\mathrm{p}} = 408\,\mathrm{N}$. Vykonaná práce bude rovna

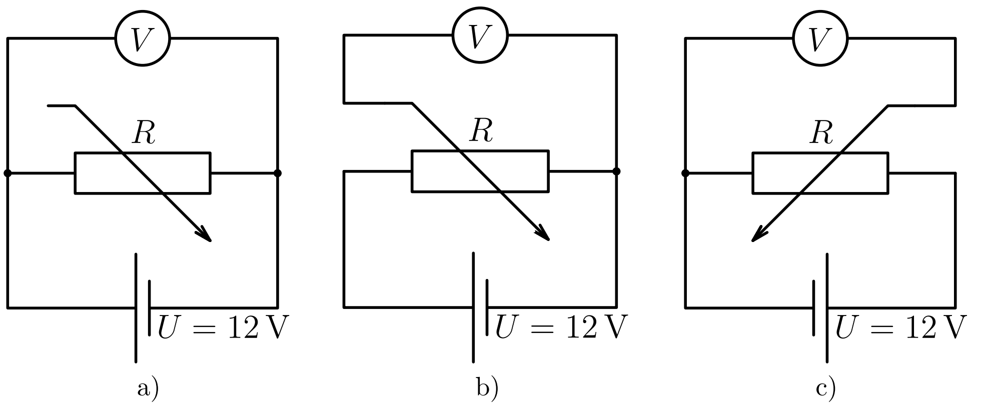
$$W = F_{2\mathrm{p}} h_1 = 408\,\mathrm{N} \cdot 0{,}94\,\mathrm{m} = 384\,\mathrm{J}.$$

2 body

e) Výkon dělníka je dán podílem práce a času $t = 3\,\mathrm{min} = 180\,\mathrm{s}$, tedy $P = W/t = 13\,200\,\mathrm{J}/180\,\mathrm{s} = 73{,}3\,\mathrm{W}$. **2 body**

4. Napětí na potenciometru

a) Jednotlivá zapojení jsou na obr. 2. **3 body**



Obr. 2: Různá zapojení potenciometru

b) Voltmetrem téměř neprochází proud (viz obr. 3a), měří proto úbytek napětí na rezistoru o odporu $R/2$, tedy $U_1 = U/2 = 6\,\mathrm{V}$. **2 body**

c) Má-li voltmetr menší odpor, měří napětí odpovídající zapojení odporů $R/2 = 1200\,\Omega/2 = 600\,\Omega$ a $R_\mathrm{v} = 6000\,\Omega$ vedle sebe (viz obr. 3b). Pro výsledný odpor platí

$$\frac{1}{R_\mathrm{c}} = \frac{1}{R/2} + \frac{1}{R_\mathrm{v}} \quad \Longrightarrow \quad R_\mathrm{c} = \frac{6000\,\Omega \cdot 600\,\Omega}{600\,\Omega + 6000\,\Omega} = 545\,\Omega.$$

Napětí 12 V se pak bude dělit v poměru odporů $R/2 = 600\,\Omega$ a $R_\mathrm{c} = 545\,\Omega$, takže voltmetr naměří

$$U_1 = 12\,\mathrm{V}\frac{545\,\Omega}{545\,\Omega + 600\,\Omega} \doteq 5{,}7\,\mathrm{V}.$$

2 body

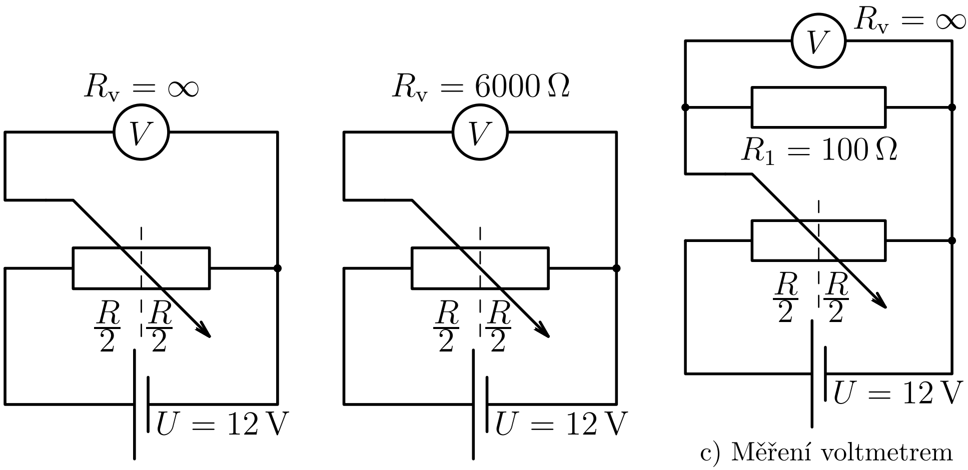
d) Řešení je podobné předchozí části (obr. 3c), napětí na rezistoru odpovídá paralelnímu zapojení rezistorů s odpory $R/2 = 600\,\Omega$ a $R_1 = 100\,\Omega$. Pro výsledný odpor platí

$$\frac{1}{R_\mathrm{c}} = \frac{1}{R/2} + \frac{1}{R_1} \quad \Longrightarrow \quad R_\mathrm{c} = \frac{600\,\Omega \cdot 100\,\Omega}{600\,\Omega + 100\,\Omega} = 86\,\Omega.$$

Napětí 12 V se pak bude dělit v poměru odporů $R/2 = 600\,\Omega$ a $R_\mathrm{c} = 86\,\Omega$, takže voltmetr naměří

$$U_1 = 12\,\mathrm{V}\frac{86\,\Omega}{86\,\Omega + 600\,\Omega} \doteq 1{,}5\,\mathrm{V}.$$

3 body



a) Měření voltmetrem s velkým odporem

b) Měření voltmetrem s malým odporem

c) Měření voltmetrem při zapojení dalšího odporu

Obr. 3: Zapojení při měření napětí