



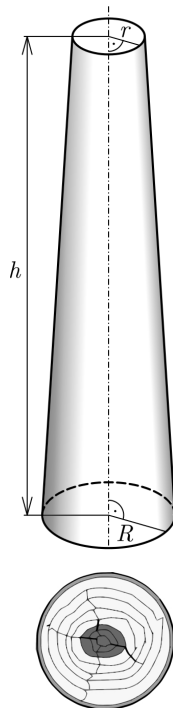
Úlohy krajského kola 54. ročníku FO kategorie E

Kontakt: ivo.volf@uhk.cz

1. FO54E1: Víkend na chatě

Rodinná rada rozhodla, že se na víkend pojede na chatu. Rodiče pojedou autem po silnici a povezou zásoby potravin, děti Katka a Vašek pojedou na bicyklech po polních a lesních cestách a obě skupiny se nakonec sejdou až na chatě. Otec a matka nasedli v 10:30 do automobilu a v 11:45 se zastavili na parkovišti restaurace, které je od domova vzdáleno 75 km. Rozhodli se poobědvat a v 12:25 pokračovat dále na chatu. Bohužel se jim však nepodařilo automobil po obědě nastartovat, a proto se rozhodli dojít na chatu pěšky – na záda vzali nejnnutnější zásoby potravin a vydali se v uvedený čas rychlostí 4,5 km/h polními a lesními cestami po trase 9,0 km. Katka s Vaškem vyrazili již v 10:00 průměrnou rychlostí 4,5 m/s a na chatu to měli po polních a lesních cestách celkem 65 km.

- Kdo se dostal na chatu dříve, rodiče nebo děti?
- Přítel Katky mohl vyrazit z místa bydliště (nedaleko Katčina) až v 11:30, ale jako sportovec jel stálou rychlostí 7,5 m/s. Dostihl dvojici cyklistů ještě předtím, než dorazili na chatu?
- V 15:00 odjel otec se svým kamarádem-autoopravářem zpátky na parkoviště stejnou cestou, jakou přišli s matkou z parkoviště (nejvyšší povolená rychlost na této cestě je 30 km/h). Jestliže oprava trvala jenom 45 min, za jakou minimální dobu se můžou oba muži vrátit na chatu?



Obr. 1: K úloze FO54E2

2. FO54E2: Těžba dřeva

Při kácení získali majitelé lesa celkem 60 kmenů, které oklestili a zkrátili na délku 16 m. Průměr kmenů na širším konci byl 44 cm, na užším jen 24 cm. Hustota suchého dřeva je 480 kg/m³, mokrého dřeva 640 kg/m³. Stahováním dřeva se kmeny dostaly až k cestě, která vede po břehu řeky.

- Určete objem a hmotnost jednoho kmenu, jestliže kmen představuje komolý kužel (viz obr. 1), jehož objem vypočítáme ze vztahu $V = \frac{1}{3}\pi h (R^2 + Rr + r^2)$.
- Při stahování kmenů k cestě se užívá páru koní nebo traktoru, přičemž se kmen sune po podloží. Jak velkou silou je nutno kmen přesunovat po trávě nebo jehličí, je-li součinitel smykového tření 0,25?
- Majitelé se rozhodli převést na pilu kmeny na vozech s tahačem; šířka vozu mezi opěrnými sloupy je 2,10 m, na sebe lze nastavět jen pět vrstev kmenů. Do délky vozu se kmeny vejdou jen jednou. Jaká je hmotnost jednoho nákladu? Stačí dva

vozy?

- d) Majitelé zvažovali, zda by nešlo kmeny splavit po řece. Vytvořili by tedy vor (kmeny by byly spojeny lany nebo latěmi s hřebíky). Jak velkou částí svého objemu by se kmeny ponořily do vody, když by byly vory sestaveny ze suchých kmenů (určete pomocí procentní hodnoty ponořené části kmenů vzhledem k celkovému objemu). Jak by se situace s ponořením změnila, když by dřevo ve vodě zvlhlo?

3. FO54E3: Malá, avšak důležitá místnost

V nejmenší domácí uzavřené místnosti (WC) je instalována nádoba na vodu, do které přitéká voda po dobu 50 s a po uvolnění odtoku se nádoba vyprázdní za dobu 10 s. Rozměry nádoby tvaru kvádrů jsou ve vodorovném směru 4,00 dm a 12,5 cm. Nejvyšší hladina vody je 24,0 cm nad dnem nádoby, když voda vyteče, zůstane v nádobě zbytek vody o výšce 4,0 cm. Voda přitéká do nádoby trubicí, jejíž vnitřní průměr je 1,27 cm. Víme, že po dosažení nejvyšší hodnoty hladiny se přítok vody automaticky zastaví.

- a) Kolik vody vyteče z nádoby při jednom spláchnutí a kolik vody musí zase natéci, než se přívod vody zastaví?
- b) Předpokládáme-li, že hladina vody se při napouštění zvyšuje rovnoměrně s časem a během vytékání se rychlost vody poněkud mění (rychlost vytékání vody je dána vztahem $v = \sqrt{2gh}$, kde $g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ je tíhové zrychlení, h výška hladiny vody nad výtokovým otvorem). Načrtněte průběh změn hladiny vody při dvou po sobě následujících spláchnutích.
- c) Jakou rychlostí přitéká voda do nádoby? Určete přítok v jednotkách litr/min, m^3/h a také lineární rychlost vody v m/s .
- d) Jednou se stalo, že se přítok vody kvůli vodnímu kameni nezastavil a voda záchodem protékala. Bohužel se to stalo právě ve chvíli, kdy v sobotu ráno v 8:00 h rodina odjela na chatu, a toto protékání nikdo nezaregistroval. Z chaty dorazila rodina až v neděli podvečer v 18:00 h. Kolik vody protéklo zbytečně záchodem? Určete i finanční ztrátu rodiny při taxě $72 \text{ Kč}/\text{m}^3$ na vodném a stočném.

4. FO54E4: Odpor vodiče

Elektrický odpor drátu se dá vypočítat pomocí vztahu $R = \rho l/S$, kde R je elektrický odpor, ρ je měrný elektrický odpor, který lze pro daný materiál nalézt v tabulkách, l je délka drátu a S je obsah příčného průřezu drátu. Odpor vychází v základních jednotkách, jestliže ostatní veličiny ve vzorci jsou také v základních jednotkách.

- a) Vypočítejte elektrický odpor měděného drátu, jehož délka je 5 m, obsah příčného průřezu je 1 mm^2 a měrný elektrický odpor je $1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.
- b) Jak se změní celkový elektrický odpor drátu, jestliže ho rozdělíme na dvě stejné poloviny, které položíme vedle sebe a jejich konce spojíme tak, že po zapojení do obvodu jsou obě poloviny drátu vedle sebe paralelně?
- c) Představte si případ, kdy hmotnosti dvou měděných drátů budou stejné, ale první drát bude dvakrát delší, než druhý. Kolikrát větší, nebo menší bude elektrický odpor prvního drátu, než druhého?