Pravidla zapisování čísel a zaokrouhlování ve fyzikálních úlohách

Krátký návod pro potřeby FO zpracovaný KKFO v Olomouci

Při řešení úloh je důležité také správně zaokrouhlovat číselné výsledky. Je zřejmé, že rychlost $v = 55\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ nebudeme zapisovat jako

$$v = \frac{55}{3{,}6}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}} = 15{,}277\,777\,777\,777\,8\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}.$$

Takový výsledek sice může zobrazit kalkulačka, ale přesnost, s níž je číslo vyjádřeno, nemá rozumný význam. Zadaná rychlost $55\,\mathrm{km\cdot h^{-1}}$ je určena dvěma číslicemi, říkáme proto, že je dána na dvě *platná místa*, i výsledek bychom proto měli zaokrouhlit na dvě platná místa, tj. $15\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Platí následující zásada:

Konečný výsledek by neměl být zapsán číslem s větším počtem platných míst, než měly výchozí údaje. V průběhu výpočtu v postupných krocích pracujeme s větším počtem platných míst, než měly výchozí údaje. Jakmile však dospějeme ke konečnému výsledku, zaokrouhlíme jej podle výchozích údajů.

Platnými místy (číslicemi) daného čísla jsou všechny číslice od první zleva, která není nulová, do poslední zapsané číslice vpravo. Přitom se *nepočítají* nuly plynoucí z činitelů 10^n (jako 10^2, 10^6 atd.). Naopak nuly mezi číslicemi jsou platnými místy (číslo 4 002 má 4 platná místa) a nuly za číslicemi za desetinnou čárkou jsou rovněž platná místa (číslo 0,140 má 3 platná místa), ale nuly za desetinnou čárkou před první číslicí platná místa nejsou (číslo 0,005 má 1 platné místo). *Nezaměňujme počet platných míst s počtem míst desetinných!* Údaje

$$35{,}6\,\mathrm{mm}, \qquad 3{,}56\,\mathrm{m}, \qquad 0{,}003\,56\,\mathrm{km}$$

jsou všechny zadány na tři platná místa, i když počet desetinných míst je různý (1, 2 a 5).

Zároveň se řídíme běžnými pravidly pro zaokrouhlování – pokud za poslední platnou číslicí následuje číslo 5 a výše, zaokrouhlujeme nahoru, pokud ne, necháme ji nezměněnou. Například při zaokrouhlování na tři platné číslice píšeme:

$$11{,}351\,6 \doteq 11{,}4, \qquad 11{,}327\,9 \doteq 11{,}3.$$

Pokud bychom zaokrouhlovali na dvě platná místa, obě čísla zaokrouhlíme na 11. Při zaokrouhlování čísel obsahujících devítku může dojít přechodu o řád výše; např. při zaokrouhlení na jednu platnou číslici $0{,}98 \doteq 1$ (ale $0{,}93 \doteq 0{,}9$), na dvě platné číslice $0{,}997 \doteq 1{,}0$ apod.

Příklady určování počtu platných míst

údaj	počet pl. míst	údaj	počet pl. míst	údaj	počet pl. míst
30	2	0,000 56	2	$0{,}325 \times 10^{-5}$	3
9,806 65	6	4 002	4	12,0	3
140×10^3	3	$1{,}4 \times 10^4$	2	$0{,}140 \times 10^6$	3
0,002 3	2	300 g	3	$300 \times 10^{-3}\,\mathrm{kg}$	3

Při výpočtech s čísly pak určujeme počet platných a desetinných míst následovně:

- Při sčítání a odečítání výsledek zaokrouhlujeme na stejný počet desetinných míst jako má *číslo s nejmenším počtem desetinných míst*, např. $2{,}005 + 7{,}1 + 0{,}02 = 9{,}125 \doteq 9{,}1$.
- Při násobení a dělení výsledek zaokrouhlujeme tak, aby obsahoval stejný počet platných číslic *jako číslo ve výpočtu s nejmenším počtem platných číslic*, např. $24 \cdot 4{,}02/100{,}0 = 0{,}964\,8 \doteq 0{,}96$.

- Při kombinacích (sčítání, odečítání, násobení a dělení) dílčí výsledky zapisujeme s větším počtem platných míst, než odpovídá výše uvedeným pravidlům a teprve konečný výsledek se zaokrouhlí na příslušný počet platných míst, např.

$$\frac{35{,}2}{10{,}113} \cdot (235{,}3 - 42{,}687) = 3{,}480\,668\,4 \cdot 192{,}613 = 670{,}421\,982\,5 \doteq 670.$$

„Nepsané dohody“

V některých případech není počet platných číslic zřejmý (např. údaj o hustotě vody $1\,000\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$ lze chápat jako číslo s jednou platnou číslicí 1 nebo se čtyřmi, pokud započítáme i všechny nuly). V takových případech při řešení fyzikálních úloh „mlčky“ předpokládáme, že
- všechny nuly ve výraz typu $1\,000\,\mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$ jsou platná čísla;
- není-li zadáno jinak (více platných míst), jsou údaje zadány na dvě platné číslice (tj. 3 m chápeme jako 3,0 m).

Výsledky měření

Výsledky měření jsou zapisovány s nejistotou, která určuje jeho přesnost. Např. údaj

$$(1{,}645 \pm 0{,}002)\,\mathrm{mm} \quad \text{nebo podle nové normy zkráceně} \quad 1{,}645(2)\,\mathrm{mm}$$

značí, že naměřená hodnota (s jistou danou pravděpodobností) leží v intervalu mezi 1,643 mm a 1,647 mm. Uvedeme-li pouze, že hmotnost $m = 2{,}65\,\mathrm{kg}$, rozumí se tím, že nejistota této hodnoty je na posledním platném místě, tj. v setinách kilogramu. Podobně při zápisu $m = 2{,}650\,\mathrm{kg}$ se rozumí, že nejistota by byla v tisícinách kilogramu. Pokud zapisujeme pouze přibližnou hodnotu veličiny známé s větší přesností, např. elementárního náboje nebo tíhového zrychlení, píšeme $e \approx 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$ nebo $g \approx 10\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$.

Číslo, u něhož jsou uvedeny dovolené odchylky, musí mít poslední platnou číslici stejného řádu, jakou má poslední platná číslice číselné hodnoty odchylky; odchylku měření navíc většinou zaokrouhlujeme na jednu platnou číslici. *Správný* zápis proto může být např.

$$\begin{array}{rll} (17{,}0 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m} & \text{nebo podle nové normy} & 17{,}0(2)\,\mathrm{m}; \\ (12{,}13 \pm 0{,}04)\ \mathrm{m} & \text{nebo podle nové normy} & 12{,}13(4)\,\mathrm{m}; \\ (46{,}40 \pm 0{,}03)\ \mathrm{m} & \text{nebo podle nové normy} & 46{,}40(3)\,\mathrm{m}. \end{array}$$

Naopak *nesprávné* zápisy jsou např.

$$\cancel{(17 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m}; \quad (12{,}13 \pm 0{,}2)\ \mathrm{m}; \quad (46{,}4 \pm 0{,}05)\ \mathrm{m}; \quad (46{,}402 \pm 0{,}08)\ \mathrm{m}.}$$

Použité prameny

ČSN ISO 80000-1:2011 (01 1300) Veličiny a jednotky. Část 1: Obecně.

Halliday, D., Resnick, R. a Walker, J., 2013. *Fyzika 1.* Brno: VUTIUM. ISBN 978-80-214-4123-1.

Procházková, E., 1979. *Úvod do teorie a praxe fyzikálního měření I.* České Budějovice: PF JU.

Svoboda, E. *Metodika řešení fyzikálních úloh* [online]. Dostupné z: `https://kdf.mff.cuni.cz/vyuka/didaktika/DF_RES_ULOH.pdf`.