

Řešení úloh krajského kola 47. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie E

1. Jeřáb zvedá panel

Označíme rozměry $a = 2,4\text{ m}$, $b = 1,2\text{ m}$ a $c = 15\text{ cm} = 0,15\text{ m}$, průměr otvorů $d = 6\text{ cm} = 0,06\text{ m}$ a hustotu panelu $\rho = 3000\text{ kg/m}^3$.

a) Pro objem panelu platí

$$V = abc - 5a\pi \frac{d^2}{4} = 0,4\text{ m}^3.$$

Hmotnost m potom vychází $m = V\rho = 1200\text{ kg}$.

2 body

b) Jeřáb musí překonávat tíhovou sílu, takže $F = mg = 12\text{ kN}$.

1 bod

c) Při zvednutí panelu do výšky $h = 42\text{ m}$ musí jeřáb vykonat práci rovnou zvětšení potenciální (polohové) energie panelu, tj. $W = E_p = mgh = 500\text{ kJ}$.

2 body

d) Jeřáb zvedne panel za čas $t = h/v$, kde rychlost $v = 0,25\text{ m/s}$, číselně $t = 168\text{ s} = 2\text{ min } 48\text{ s}$. Výkon odpovídá práci vykonané za jednotku času, tudíž $P = W/t = mgh/t = mgv = 3\text{ kW}$.

2 body

e) Pro příkon P_0 platí $P = \eta P_0$, kde $\eta = 70\%$ je účinnost elektromotoru. Odtud $P_0 = P/\eta = 4,3\text{ kW}$.

1 bod

f) Označme maximální dovolené napětí lana $p = 100\text{ MPa}$ a hmotnost nejvyšší dovolené zátěže $M = 5\text{ t} = 5000\text{ kg}$. Pro průměr lana d potom platí

$$p = \frac{F}{S} = \frac{Mg}{\pi \frac{d^2}{4}}, \quad \text{neboli} \quad d = 2\sqrt{\frac{Mg}{\pi p}} = 0,02531\text{ m} \approx 2,5\text{ cm}.$$

2 body

2. V koupelně

a) Označme objem vody vytékající z ohřívače za 1 minutu $V = 51 = 0,005\text{ m}^3$. Při ohřátí z 15°C na 75°C musíme tomuto množství vody za čas $t = 1\text{ min} = 60\text{ s}$ dodat teplo $\rho_v V c (t_{75} - t_{15})$, pro výkon ohřívače tak vychází $P = \rho_v V c (t_{75} - t_{15}) / t = 21\text{ kW}$.

3 body

b) Pro smíchání teplé vody o hmotnosti m_t a teplotě 75°C a studené vody o hmotnosti m_s a teplotě 15°C s výslednou teplotou 35°C platí kalorimetrická rovnice

$$m_t c (t_{75} - t_{35}) = m_s c (t_{35} - t_{15}),$$

odkud po dosazení získáme $2m_t = m_s$, pro objemy pak $2V_t = 2m_t/\rho_v = V_s = m_s/\rho_v$. Výsledný objem ve vaně $V = 120\text{ l}$ tak musíme rozdělit v poměru 1:2, neboli $V_t = 40\text{ l}$ a $V_s = 80\text{ l}$.

2 body

c) Přitéká-li 51 teplé vody za minutu, objem $V_t = 40\text{ l}$ nateče za čas $t = 40/5 = 8\text{ min}$. Má-li za stejný čas natéci $V_s = 80\text{ l}$ studené vody, musí přitékat 10 l studené vody za minutu.

2 body

d) Voda ohřátá na vařiči je teplejší, takže bude potřeba menší množství teplé vody m'_t a větší množství studené m'_s . Z kalorimetrické rovnice podobně jako v části b) vychází

$$m'_t c (t_{100} - t_{35}) = m'_s c (t_{35} - t_{15})$$

neboli $13m'_t = 4m'_s$; celkový objem $V = 120\text{ l}$ tak musíme rozdělit v poměru 4:13, po zaokrouhlení vychází $V'_t \approx 28\text{ l}$ a $V'_s \approx 92\text{ l}$. Na zahřátí vypočteného množství m'_t teplé vody z 15°C na 100°C je potřeba dodat teplo $m'_t c (t_{100} - t_{15})$, takže na vařiči s příkonem $P = 1500\text{ W}$ a účinností $\eta = 60\%$ vodu ohřejeme za čas t , pro který dostáváme

$$\eta P t = m'_t c (t_{100} - t_{15}), \quad t = \frac{m'_t c (t_{100} - t_{15})}{\eta P} \approx 11200\text{ s} \approx 3,1\text{ h} \approx 3\text{ h } 5\text{ min}.$$

3 body

3. Malá vodní elektrárna Označme výšku $h = 6\text{ m}$, výkon jednoho turbogenerátoru $P = 250\text{ kW} = 250000\text{ W}$ a účinnost využití vodní energie $\eta = 85\%$.

- a) Platí $2P = \eta mgh/t = \eta \rho_v ghV/t$, odkud pro objemový průtok vychází $V/t = 2P/(\eta \rho_v gh) \approx 9,8 \text{ m}^3/\text{s}$. **3 body**
- b) Za čas $t_d = 1 \text{ den} = 86\,400 \text{ s}$ dodají turbogenerátory energii $E = 2Pt_d$. Abychom stejnou energii získali spálením uhlí o výhřevnosti $H_u = 30 \text{ MJ/kg} = 30\,000\,000 \text{ J/kg}$ s účinností $\eta_u = 36\%$, musí pro hmotnost spáleného uhlí m_u platit $2Pt_d = \eta_u H_u m_u$, odkud $m_u = 2Pt_d/(\eta_u H_u) = 4\,000 \text{ kg} = 4 \text{ t}$ denně. **3 body**
- c) Podobně pro naftu o výhřevnosti $H_n = 46 \text{ MJ/kg} = 46\,000\,000 \text{ J/kg}$ s účinností $\eta_n = 25\%$ vychází hmotnost spálené nafty $m_n = 2Pt_d/(\eta_n H_n) = 3\,760 \text{ kg}$ (tj. asi 5 400 l nafty) za den. **3 body**
- d) Nebude hodnoceno přísně, např. vodní elektrárny jsou levným zdrojem, ale mají nestálý výkon a vyžadují vhodné přírodní podmínky, tepelné elektrárny znečišťují ovzduší apod. **1 bod**

4. Forma na koláč

Označme rozměry formy $a = 30 \text{ cm} = 0,30 \text{ m}$, $b = 18 \text{ cm} = 0,18 \text{ m}$ a $v = 6 \text{ cm} = 0,06 \text{ m}$, její hmotnost $m = 600 \text{ g} = 0,6 \text{ kg}$ a hmotnost jedné kapky $m_k = 0,2 \text{ g} = 0,0002 \text{ kg}$.

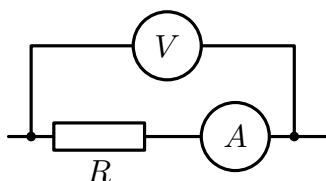
- a) Ponoří-li se dno formy do hloubky h pod hladinu, musí podle Archimédova zákona platit $mg = abh\rho_v g$, odkud $h = m/(ab\rho_v) = 0,011 \text{ m} = 1,1 \text{ cm}$. **2 body**
- b) Do formy nakape voda o hmotnosti m_1 . Je-li maximální hodnota odpovídá případu, kdy se dno ponoří do hloubky $h = v$, podle Archimédova zákona potom $(m + m_1)g = abv\rho_v g$ a $m_1 = abv\rho_v - m = 2,64 \text{ kg}$, což odpovídá objemu 2,64 l. **2 body**
- c) Jde o čas, za který nakape hmotnost m_1 vypočtená v předchozím bodě, vychází $t = m_1/(20m_0) = 660 \text{ min} = 11 \text{ h}$. **2 body**
- d) V reálném případě voda steče na jednu stranu, která se potopí dříve, než odpovídá vypočtené době v bodu c). **2 body**
- e) Náklad musíme rozložit rovnoměrně. **2 body**

5. Měříme odpor rezistoru

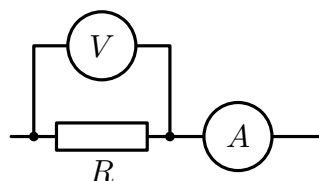
- a) Existují dvě zapojení – v jednom se měří proud jdoucí rezistorem, ale napětí se určí na soustavě rezistor-ampérmetr (obr. 1), ve druhém se měří napětí na rezistoru, ale určujeme celkový proud procházející obvodem, ne rezistorem (obr. 2). Ani jeden údaj není přesný, tedy ani určení odporu rezistoru $R = U/I$. **3 body**
- b) Ampérmetr musí mít vnitřní odpor velmi malý, aby příliš neovlivnil proud procházející obvodem. Voltmetr naopak musí mít vnitřní odpor značně velký, aby se opět příliš neovlivnil proud procházející obvodem. **2 body**
- c) Jedno zapojení je vhodnější pro měření velkého odporu zapojeného rezistoru, druhé zapojení je vhodnější pro měření malého odporu zapojeného rezistoru. **2 body**
- d) Určíme jednak proud procházející voltmetrem a odtud hodnotu proudu, jenž prochází rezistorem. Nebo určíme napětí na ampérmetru a odtud vypočítáme napětí na rezistoru. Označíme-li napětí změřené voltmetrem U a proud protékající ampérmetrem jako I , potom v zapojení podle obr. 1 platí $U = (R + R_A)I$ a tedy $R = U/I - R_A$. V zapojení podle obr. 2 můžeme psát $I = U/R + U/R_V$, po úpravě

$$R = \frac{U}{I - \frac{U}{R_V}}$$

3 body



Obr. 1: první zapojení



Obr. 2: druhé zapojení