Řešení úloh krajského kola 49. ročníku fyzikální olympiády

Kategorie E

1. Předjíždění nákladních vozidel

Rychlosti automobilů označíme $v_1 = 72\,\mathrm{km/s} = 20\,\mathrm{m/s}$ a $v_2 = 54\,\mathrm{km/s} = 15\,\mathrm{m/s}$.

a) Dráha rychlejšího automobilu vzhledem ke druhému automobilu

$$s = 50\,\mathrm{m} + 18\,\mathrm{m} + 18\,\mathrm{m} + 24\,\mathrm{m} = 110\,\mathrm{m}$$ **1 bod**

Dobu t potřebnou k předjetí druhého automobilu vypočteme podle vztahu

$$t = \frac{s}{v_1 - v_2} = \frac{110\,\mathrm{m}}{20\,\mathrm{m/s} - 15\,\mathrm{m/s}} = 22\,\mathrm{s}.$$ **2 body**

Po silnici ujedou automobily dráhu

$$s_1 = v_1 t = 20\,\mathrm{m/s} \cdot 22\,\mathrm{s} = 440\,\mathrm{m},$$
$$s_2 = v_2 t = 15\,\mathrm{m/s} \cdot 22\,\mathrm{s} = 330\,\mathrm{m}.$$

2 body

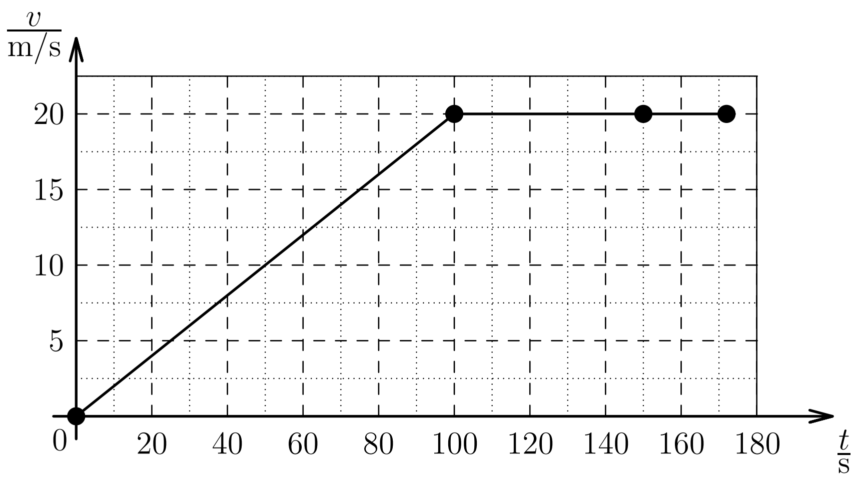
b) Automobil zrychluje po dobu $t_1 = 100\,\mathrm{s}$; po tuto dobu je jeho průměrná rychlost $v_\mathrm{p} = v_1/2 = 10\,\mathrm{m/s}$ a poté se ještě pohybuje po dobu $t_2 = 50\,\mathrm{s}$ rychlostí v_1. Dráha automobilu k místu začátku předjíždění vychází

$$s_{10} = v_\mathrm{p} \cdot t_1 + v_1 \cdot t_2 = 10\,\mathrm{m/s} \cdot 100\,\mathrm{s} + 20\,\mathrm{m/s} \cdot 50\,\mathrm{s} = 2000\,\mathrm{m}.$$

Připočteme-li dráhu s_1 potřebnou k předjetí vypočtenou v části a), k místu ukončení předjíždění ujede automobil celkem 2440 m. **2 body**

Celková doba pohybu automobilu bude $t' = t_1 + t_2 + t = 100\,\mathrm{s} + 50\,\mathrm{s} + 22\,\mathrm{s} = 172\,\mathrm{s} = 2\,\mathrm{min}\,52\,\mathrm{s}$.
Na konci předjíždění budou hodiny ukazovat 16:02:52. **1 bod**

c) Graf závislosti rychlosti předjíždějícího automobilu na čase je na obr. 1. **2 body**



Obr. 1: Závislost $v = v(t)$ rychlosti předjíždějícího automobilu na čase

2. Elektrárny

a) Při plném výkonu obou bloků dohromady $P = 2\,000\,\mathrm{MW}$ je doba činnosti t potřebná k dodání energie $E = 12{,}264\,\mathrm{TWh} = 12{,}264 \cdot 10^{12}\,\mathrm{Wh}$:

$$t = \frac{E}{P} = \frac{12{,}264 \cdot 10^{12}\,\mathrm{Wh}}{2\,000 \cdot 10^6\,\mathrm{W}} = 6\,132\,\mathrm{h} = \frac{6\,132}{24}\,\mathrm{dnů} = 255{,}5\,\mathrm{dne}$$ **2 body**

Rok 2007 měl (na rozdíl od letošního) 365 dní, na každý den tedy připadlo v průměru 6 132/365=16,8 h činnosti bloků elektrárny. **1 bod**

b) Pro tepelnou elektrárnu při účinnosti $\eta = 36\,\%$ a výhřevnosti $H = 15\,\mathrm{MJ/kg}$ pro hmotnost uhlí m spotřebovaného za dobu $t = 1\,\mathrm{den} = 86\,400\,\mathrm{s}$ při stejném výkonu P jako JETE platí

$$\eta \cdot m \cdot H = P \cdot t; \qquad m = \frac{P \cdot t}{\eta \cdot H} = \frac{2\,000 \cdot 10^6\,\mathrm{W} \cdot 86\,400\,\mathrm{s}}{0{,}36 \cdot 15 \cdot 10^6\,\mathrm{J/kg}} = 32\,000\,000\,\mathrm{kg} = 32\,000\,\mathrm{t}.$$

Za 1 den by se tepelné elektrárně spotřebovalo 32 000 t uhlí, tj. 800 vagónů po 40 t uhlí. **2 body**
Za rok by se v elektrárně spotřebovalo $365 \cdot 32\,000\,\mathrm{t} = 11\,680\,000\,\mathrm{t}$ uhlí. **1 bod**

c) Ve skutečnosti se při dodání energie $E = 12{,}264\,\mathrm{TWh}$ ušetřilo

$$m = \frac{255{,}5\,\mathrm{dne}}{365\,\mathrm{dnů}} \cdot 11\,680\,000\,\mathrm{t} = 8\,176\,000\,\mathrm{t}.$$ **1 bod**

d) Z celkového průtoku se využije jen desetina, tj. objem $V = 600\,\mathrm{m}^3$ vody o hustotě $\varrho = 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3$, jejíž hmotnost $M = \varrho V = 600 \cdot 10^3\,\mathrm{kg}$. Jestliže se polohová energie vody daná hloubkou vodopádu $h = 50\,\mathrm{m}$ v čase $t_1 = 1\,\mathrm{s}$ využije s účinností $\eta_1 = 80\,\%$, platí

$$\eta \cdot M \cdot g \cdot h = P \cdot t_1, \qquad P = \frac{\eta \cdot M \cdot g \cdot h}{t_1} = \frac{0{,}8 \cdot 600 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} \cdot 10\,\mathrm{m/s}^2 \cdot 50\,\mathrm{m}}{1\,\mathrm{s}} = 240\,\mathrm{MW};$$

což odpovídá asi osmině výkonu obou bloků JETE. **3 body**

3. Lití olova

Označme hustotu olova $\varrho = 11\,340\,\mathrm{kg/m}^3$, jeho objem $V = 5\,\mathrm{cm}^3 = 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$, měrnou tepelnou kapacitu olova $c = 129\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}$, měrné skupenské teplo tání olova $l_t = 23\,\mathrm{kJ/kg}$, měrnou tepelnou kapacitu vody $c_\mathrm{v} = 4\,200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}$, hustotu vody $\varrho_\mathrm{v} = 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3$. Hmotnost olova $m = \varrho \cdot V = 11\,340\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 5 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 0{,}0567\,\mathrm{kg} = 56{,}7\,\mathrm{g}$. **1 bod**

a) K zahřátí kousku olova z teploty $t_1 = 20{}^\circ\mathrm{C}$ na teplotu $t_2 = 327{}^\circ\mathrm{C}$ musíme dodat teplot $Q = m \cdot c \cdot (t_2 - t_1) = 0{,}0567\,\mathrm{kg} \cdot 129\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)} \cdot 307{}^\circ\mathrm{C} = 2245{,}5\,\mathrm{J} \approx 2{,}25\,\mathrm{kJ}$. **2 body**

b) Na roztavení kousku olova musíme dodat skupenské teplo tání $L_t = m \cdot l_t = 0{,}0567\,\mathrm{kg} \cdot 23\,\mathrm{kJ/kg} = 1{,}3\,\mathrm{kJ}$. **2 body**

c) Hmotnost 1. dávky je $m_1 = \varrho \cdot V_1 = 11\,340\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 3 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 34\,\mathrm{g}$, hmotnost druhé $m_2 = \varrho \cdot V_2 = 11\,340\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 2 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 22{,}7\,\mathrm{g}$, hmotnost vody v misce je $m_v = \varrho \cdot V_v = 1\,000\,\mathrm{kg/m}^3 \cdot 300 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 0{,}3\,\mathrm{kg}$. Pro změnu teploty Δt_1, o kterou se voda zahřeje po nalití první dávky olova platí kalorimetrická rovnice

$$m_1 \cdot c\,(t_2 - t_1) + m_1 l_\mathrm{t} = \frac{3}{5}\,(Q + L) = m_\mathrm{v} c_\mathrm{v} \Delta t_1,$$

z níž vyjádříme

$$\Delta t_1 = \frac{\frac{3}{5}\,(Q + L)}{m_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{v}} = \frac{0{,}6 \cdot 3\,550\,\mathrm{J}}{0{,}3\,\mathrm{kg} \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}} = 1{,}7{}^\circ\mathrm{C}.$$ **3 body**

d) Podobně po nalití druhé dávky se teplota vody zvýší o Δt_2

$$\Delta t_2 = \frac{\frac{2}{5}\,(Q + L)}{m_\mathrm{v} \cdot c_\mathrm{v}} = \frac{0{,}4 \cdot 3\,550\,\mathrm{J}}{0{,}3\,\mathrm{kg} \cdot 4\,200\,\mathrm{J/(kg \cdot {}^\circ C)}} = 1{,}1{}^\circ\mathrm{C}.$$ **2 body**

4. Několik úloh z elektřiny

a) Po odstřižení kousku pásku o délce x a přiložení k jednomu konci, bude po délce $L - 2x$ pouze jeden pásek a v délce x dva pásky vedle sebe, což odpovídá zapojení dvou odporů vedle sebe, takže v této části bude odpor poloviční ve srovnání s tím, kdyby v tomto úseku byl pásek jen jeden. Označíme-li ϱ měrný odpor pásku a S jeho průřez, má podle zadání platit

$$\varrho \cdot \frac{L-2x}{S} + \frac{1}{2} \cdot \varrho \cdot \frac{x}{S} = \frac{1}{2} \cdot \varrho \cdot \frac{L}{S}$$

kde pravá strana rovnice odpovídá tomu, že výsledný odpor má být poloviční oproti odporu celého původního pásku. Z rovnice pak vychází $x = L/3$. **5 bodů**

b) Výsledný odpor R_c čtverce odpovídá zapojení dvou odporů o velikostech R a $3R$ vedle sebe, takže

$$R_\mathrm{c} = \frac{R \cdot 3R}{R + 3R} = \frac{3}{4} R.$$

Výsledný proud se změní na hodnotu $R/R_\mathrm{c} I_0 \approx 1{,}33 I_0$. **3 body**

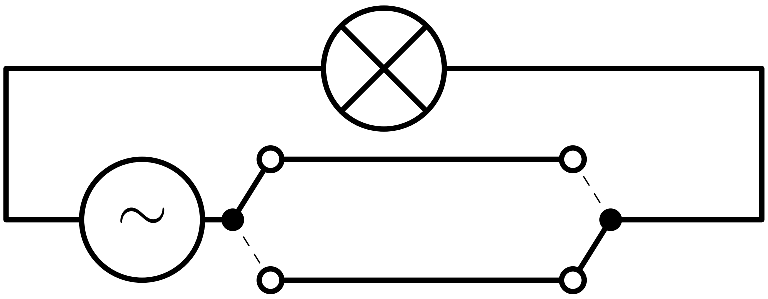
c) Podobně vypočteme výsledný odpor R_c' i v případě přidání úhlopříčky čtverce, tentokrát bude

$$R_c' = \frac{R \cdot \left(R + \dfrac{R \cdot 2 \cdot R}{R + 2 \cdot R}\right)}{R + \left(R + \dfrac{R \cdot 2 \cdot R}{R + 2 \cdot R}\right)} = \frac{5}{8} R = 0{,}625\, R.$$

Výsledný proud se změní na hodnotu $R/R_\mathrm{c}' I_0 = 1{,}6 I_0$. **2 body**

5. Prémie pro rychlejší řešitele: ovládání žárovky ze dvou míst

Úloha představuje známý „schodišťový vypínač“ – v obvodu je zařazen zdroj a žárovka, na každém ovládacím místě pak jsou přepínače, propojené navzájem dvoulinkou a uzavírající elektrický obvod (viz obr. 2).



Obr. 2: Schodišťový vypínač